상급문제	작성자 : 장지경

1. 집에서 $11\,\text{km}$ 떨어져 있는 도서관까지 처음 15분 동안은 매분 $0.2\,\text{km}$의 속력으로 가고, 15분 후에는 매분 $0.4\,\text{km}$의 속력으로 가려고 한다. 출발하여 x분 동안 간 거리를 $y\text{km}$라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하고, 그 그래프를 그려라.

2. 일차방정식 $ax+by+c=0$ $(a\neq0,\ b\neq0)$의 그래프가 제 1사분면을 지나지 않을 때, 일차방정식 $bx-ay-c=0$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하여라.

3. 직선 $x+ay+2=0$은 직선 $x+(4+b)y=7$과는 서로 평행하고, 직선 $3x+by=-6$과는 서로 일치한다. 이 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.

4. 다음 두 점을 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식을 구하여라.
(1) $(-4,\ -6)$, $(1,\ 4)$
(2) $(2,\ 5)$, $(-1,\ 8)$

5. 초속 3m로 내려오는 어떤 엘리베이터가 있다. 60m의 높이에 있는 20층에서 출발하여 쉬지 않고 내려올 때, x초 후의 엘리베이터의 높이를 $y\text{m}$라 한다. y를 x에 대한 식으로 나타내고 x의 변역을 구하여라.

6. 두 일차함수 $y=2x-6$과 $y=ax+b$의 그래프가 평행하고 두 직선이 x축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{\text{AB}}=2$이다. 이 때, $a+b$의 값을 구하여라.

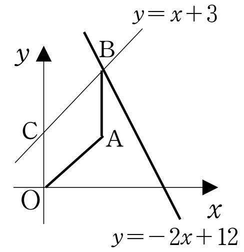
7. 직선 $l:(x-2y+3)+k(x-y-1)=0$과 두 점 $\text{P}(1,\ 3)$, $\text{Q}(5,\ 1)$이 있다. 직선 PQ위의 점으로서 직선 l과의 교점이 될 수 없는 점의 좌표를 구하여라.

8. 세 직선 $y=2x+2$, $y=ax+a$, $y=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{7}{4}$일 때, a의 값을 구하여라. (단, $a\neq0$)

9. 어떤 인터넷 사이트의 사용 요금은 2시간까지는 기본 요금만 내도록 하고 2시간을 초과하는 것에 대해서는 1시간마다 1100원씩 요금이 더 나온다고 한다. 연우가 한달 간 이 사이트를 이용한 시간은 8시간이었고 사용 요금으로 9600원이 청구되었다. 다음 물음에 답하여라.
(1) 이 사이트의 기본 요금은 얼마인가?

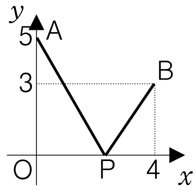
(2) 이 사이트를 x시간 이용했을 때, 사용 요금을 y원이라 하자. 이 때, y를 x에 대한 식으로 나타내고, 그 그래프를 그려라.

10. 다음 그림은 $y=x+3$, $y=-2x+12$이다. 이 두 직선의 교점을 B라 할 때, 직선 $y=x+3$과 y축과의 교점을 C라 하자. 사각형 OABC가 평행사변형이 되도록 점 A를 잡을 때, 점 A의 좌표를 구하여라.



한 성 중 학 교

11. 다음 그림은 점 A(0, 5)와 점 B(4, 3)을 x축 위의 점 P$(k,\ 0)$과 연결한 것이다. $\overline{\text{AP}}+\overline{\text{BP}}$의 길이가 가장 짧을 때, k의 값을 구하여라.

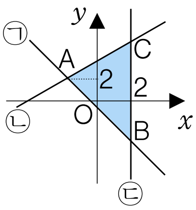


12. 좌표평면 위의 세 점 A(7, 0), B(6, k), C(0, 4)가 있다. 삼각형 ABC의 넓이가 33일 때, k의 값을 구하여라. (단, $k>4$)

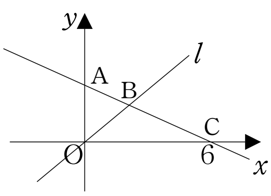
13. 다음 그림의 세 직선은 각각 다음과 같은 일차방정식의 그래프이다.

$$\begin{cases} x+ay=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-4 & \cdots\cdots ㉡ \\ 3x-6=0 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

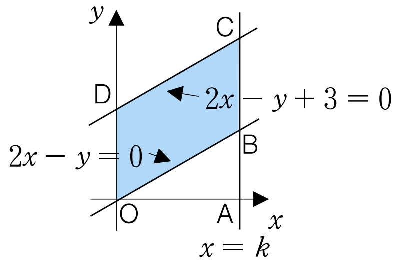
㉠과 ㉡의 교점 A의 y좌표가 2일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.



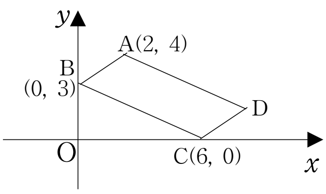
14. 다음 그림에서 직선 l은 $x-y=0$의 그래프이다. 삼각형 BOC의 넓이가 6이고, 점 C의 좌표가 (6, 0)일 때, 삼각형 AOB의 넓이를 구하여라.



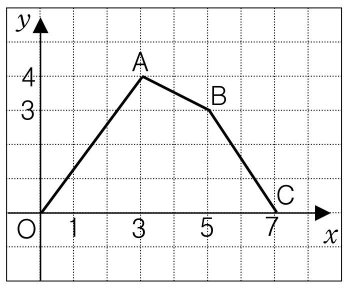
15. 다음 그림에서 삼각형 OAB의 넓이와 사각형 OBCD의 넓이가 같을 때, k의 값을 구하여라. (단, $k>0$)



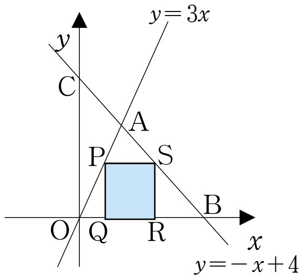
16. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 A(2, 4), B(0, 3), C(6, 0)과 한 점 D를 꼭지점으로 하는 평행사변형 ABCD의 넓이를 이등분하고, 점 (2, 0)을 지나는 직선을 나타내는 일차 함수의 식을 구하여라.



17. 다음 그림과 같은 사각형 AOCB에서 점 A를 지나면서 사각형 AOCB의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하여라.



18. 다음 그림에서 점 A는 $y=3x$, $y=-x+4$의 교점이고, 사각형 PQRS는 정사각형이다. 점 A를 지나면서 정사각형 PQRS의 넓이를 이등분하는 직선을 나타내는 일차함수의 식을 구하여라.

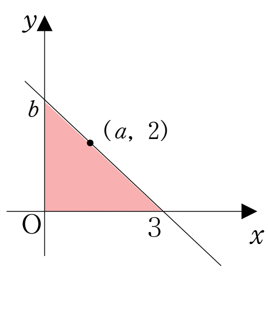


19. A, B 두 물통에 각각 5L, 25L의 물이 들어 있는 데 A에는 매분 3L의 비율로 물을 넣고, B에서는 매분 0.5L의 비율로 물을 빼낸다. x분 후의 물의 양을 $y\text{L}$라 할 때, 두 물통 A, B에 대하여 x와 y 사이의 관계식을 각각 구하여라.

20. 세 직선 $2x-y=3$, $ax+y=1$, $x+3y=-2$가 한 점에서 만날 때, a^2-2a의 값을 구하여라.

21. 세 일차방정식 $\begin{cases} 3x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-2 & \cdots\cdots ㉡ \\ ax+2y=5 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$ 의 그래프가 삼각형을 이루지 못할 때, a의 값을 모두 구하여라.

22. 세 점 $(3,\ 0)$, $(a,\ 2)$, $(0,\ b)$가 지나는 하나의 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 5일 때, $a-b$의 값을 구하여라.



23. 일차방정식 $3x+4y-24=0$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프가 $3x+by+c=0$일 때 b, c의 값을 구하고 이 그래프의 x절편을 구하여라.

24. 두 점 $(a+2,\ b)$, $(-4,\ 3-2b)$를 지나는 직선에 대하여 다음을 구하여라.

(1) x축에 평행이기 위한 조건

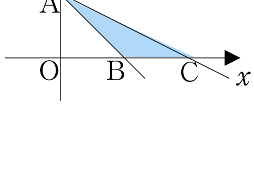
(2) x축에 수직이기 위한 조건

25. 두 일차함수 $y=ax+1$, $y=2ax-3$의 그래프의 교점을 P라 하자. 상수 a의 값이 변할 때, 두 직선의 교점 P는 어떤 선 위를 움직이는지 식으로 나타내어라.(단, $a\neq0$)

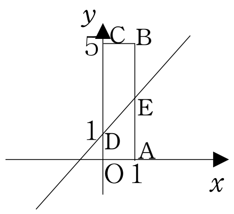
26. 두 일차방정식 $3x-2y+6=0$, $4x+y+k=0$의 그래프가 직선 $y=-3$과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{\text{AB}}=4$인 k의 값을 구하여라.

27. 두 방정식 $2x+3y=12$, $2x-y=4$의 그래프의 교점 A를 지나고, 두 그래프와 y축이 이루는 부분의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하여라.

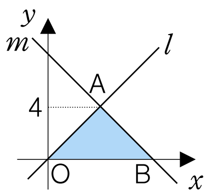
28. 다음 그림과 같이 일차함수 $y=-\frac{3}{5}x+6$이 y축, x축과 만나는 점을 각각 A, C라 하고 삼각형 ABC의 넓이가 15일 때, 두 점 A, B를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.



29. 다음 그림과 같이 y절편이 1이고, 기울기가 m인 직선이 직사각형 OABC를 두 부분으로 나눌 때, □BCDE의 넓이가 □EDOA의 넓이보다 큰 m의 범위를 구하여라.

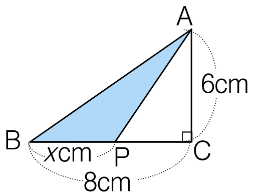


30. 다음 그림에서 직선 l은 일차방정식 $4x-5y=0$의 그래프이고, 삼각형 AOB의 넓이는 16이다. 이 때, 직선 m을 나타내는 일차함수의 식을 구하여라.



31. 한 점 A(2, 0)을 지나는 직선과 x축, y축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4일 때, 이 직선을 나타내는 일차함수의 식을 구하여라.

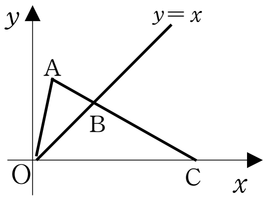
32. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 점 P가 B를 출발하여 C를 거쳐 A까지 변을 따라 움직인다고 한다. 점 P가 B로부터 움직인 거리를 $x$cm, 삼각형 ABP의 넓이를 $y\text{cm}^2$라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하고 그래프를 그려라.



33. 직선 l은 두 점 $(-1, 2)$, $(3, 10)$을 지나고, 직선 m은 점 $(-2,-1)$을 지나면서 x축에 평행할 때, 두 직선 l, m과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

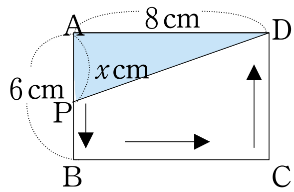
34. 다음 그림과 같은 점 $(2, 11)$을 지나는 직선이 $y=x$와 만나는 점을 B, x축과의 교점을 C라 하고, $\overline{AB}:\overline{BC}=3:8$이라 할 때, 직선 AC를 나타내는 일차함수의 식을 구하여라.

y



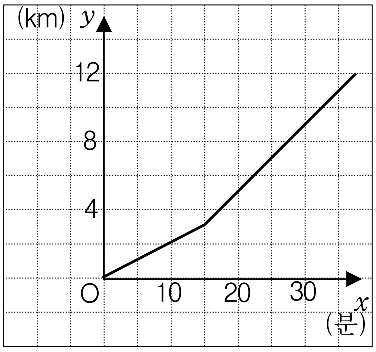
35. 세 직선 $3x+2y-7=0$, $2x-6y-5=0$, $4x-y+3=0$으로 만들어지는 삼각형을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 각각 평행이동하면, 세 직선 $6x+4y-11=0$, $x-3y-13=0$, $4x-y+c=0$으로 만들어지는 삼각형과 겹치게 된다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

36. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 점 P가 변 AB, BC, CD위를 점 A를 출발하여 점 B, C를 지나 점 D까지 움직인다. 점 P가 움직인 거리를 $x$cm, 이 때의 삼각형 APD의 넓이를 $y\text{cm}^2$라 할 때, x y 사이의 관계식을 구하여라.



(해답)

1. $y=\begin{cases}\frac{1}{5}x & (0\leqq x\leqq 15)\\ \frac{2}{5}x-3 & (15<x\leqq 35)\end{cases}$



[해설] (ⅰ) $0\leqq x\leqq 15$일 때, 매분 $\frac{1}{5}$km의 속력으로 갔으므로 $y=\frac{1}{5}x$

(ⅱ) $x>15$일 때, x분 동안 간 거리 $y$km는 처음 15분 동안 간 거리 3km와 매분 $\frac{2}{5}$km의 속력으로 $(x-15)$분 동안 간 거리의 합이므로

$y=3+\frac{2}{5}(x-15)$, 즉 $y=\frac{2}{5}x-3$

그런데 $y\leqq 11$이므로

$\frac{2}{5}x-3\leqq 11$에서 $x\leqq 35$이어야 한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 x와 y 사이의 관계식은

$y=\begin{cases}\frac{1}{5}x & (0\leqq x\leqq 15)\\ \frac{2}{5}x-3 & (15<x\leqq 35)\end{cases}$

2. 제 2 사분면

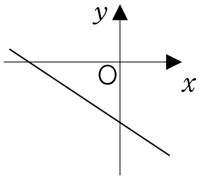
[해설] $ax+by+c=0$을 y에 대하여 풀면 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$ax+by+c=0$의 그래프가 제 1 사분면을 지나지 않으므로 $-\frac{a}{b}<0$, $-\frac{c}{b}<0$

$\therefore$ a, b, c의 부호는 모두 같다.

$bx-ay-c=0$을 y에 대하여 풀면 $y=\frac{b}{a}x-\frac{c}{a}$

$\frac{b}{a}>0$, $-\frac{c}{a}<0$이므로 $bx-ay-c=0$의 그래프는 제 2 사분면을 지나지 않는다.



3. 40

[해설] $x+ay+2=0$을 y에 대하여 풀면

$y=-\frac{1}{a}x-\frac{2}{a}$ ……㉠

$x+(4+b)y=7$을 y에 대하여풀면

$y=-\frac{1}{4+b}x+\frac{7}{4+b}$ ……㉡

$3x+by=-6$을 y에 대하여 풀면

$y=-\frac{3}{b}x-\frac{6}{b}$ ……㉢

두 직선㉠,㉢은 일치하므로

$-\frac{1}{a}=-\frac{3}{b}$, $-\frac{2}{a}=-\frac{6}{b}$ $\therefore b=3a$

두 직선 ㉠,㉡은 평행하므로 $-\frac{1}{a}=-\frac{1}{4+b}$ $\therefore$ $a=-2$

$\therefore$ $a=-2$, $b=-6$이므로 $a^2+b^2=40$

4. (1) $y=2x+2$ (2) $y=-x+7$

[해설] (1) (기울기) $=\frac{4-(-6)}{1-(-4)}=\frac{10}{5}=2$

$y=2x+b$의 그래프가 점 $(-4, -6)$을 지나므로

$x=-4$, $y=-6$을 대입하면

$-6=2\times(-4)+b$ $\therefore b=2$

$\therefore y=2x+2$

(2) (기울기) $=\frac{8-5}{-1-2}=\frac{3}{-3}=-1$

$y=-x+b$의 그래프가 점 $(2, 5)$를 지나므로

$x=2$, $y=5$를 대입하면

$5=-2+b$ $\therefore b=7$

$\therefore y=-x+7$

5. $y=60-3x\ (0 \leqq x \leqq 20)$

[해설] x초 후에 $3x$m만큼 내려왔으므로 엘리베이터의 높이 y는 $y=60-3x$

그런데, 지상에 내려올 때까지 걸린 시간은 $60 \div 3=20$(초)이므로 x의 변역은 $0 \leqq x \leqq 20$

$\therefore y=60-3x\ (0 \leqq x \leqq 20)$

6. 0또는 -8

[해설] 두 그래프가 평행하므로 $a=2$

$y=2x-6$에서 $0=2x-6$ $\therefore x=3$, 즉 $A(3,\ 0)$

$\overline{AB}=2$이므로 점 B의 좌표는

$(3-2,\ 0)=(1,\ 0)$또는 $(3+2,\ 0)=(5,\ 0)$

① $B(1,\ 0)$을 $y=2x+b$에 대입하면 $b=-2$

$\therefore a+b=0$

② $B(5,\ 0)$을 $y=2x+b$에 대입하면 $b=-10$

$\therefore a+b=-8$

①, ②에서 $a+b=0$ 또는 -8

7. $A(3,\ 2)$

[해설] 직선 l : $(x-2y+3)+k(x-y-1)=0$을 k에 대하여 정리하면 $k=\dfrac{-(x-2y+3)}{(x-y-1)}$

그런데, $x-y-1=0$ 일 때, $k=\dfrac{-(x-2y+3)}{0}$이 되므로 직선 l은 성립하지 않는다. 즉 모든 k의 값에 대하여 $x-y-1=0$이 성립하지 않는다.

따라서, 두 점 $P(1,\ 3)$, $Q(5,\ 1)$을 지나는 직선 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{2}$과 $x-y-1=0$의 교점 $(3,\ 2)$는 직선 l과의 교점이 될 수 없다.

8. $\dfrac{1}{4}$

[해설] 직선 $y=ax+a$와 $y=1$의 교점을 A라 하면 점 A의 좌표는 $ax+a=1$, $x=\dfrac{1-a}{a}$ $\therefore A\left(\dfrac{1-a}{a},\ 1\right)$

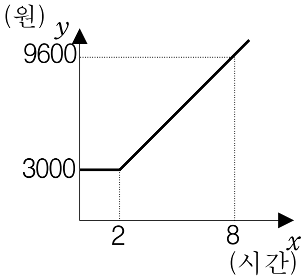
직선 $y=2x+2$와 $y=1$의 교점을 B라 하면 점 B의 좌표는 $1=2x+2$, $x=-\dfrac{1}{2}$ $\therefore B\left(-\dfrac{1}{2},\ 1\right)$

직선 $y=2x+2$와 $y=ax+a$의 교점을 C라 하면 점 C의 좌표는 $ax+a=2x+2$, $(a-2)x=-(a-2)$, $x=-1$, $y=0$ $\therefore C(-1,\ 0)$

(삼각형 ABC의 넓이) $=\left(\dfrac{1-a}{a}+\dfrac{1}{2}\right)\times 1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{4}$

$\therefore a=\dfrac{1}{4}$

9. (1) 3000원 (2) $y=\begin{cases}3000 & (0 \leqq x \leqq 2)\\ 1100x+800 & (x>2)\end{cases}$



[해설] (1) 기본 요금을 x원이라 하면

$x+1100\times(8-2)=9600$

$\therefore x=3000$

(2) (ⅰ) $0 \leqq x \leqq 2$일 때, 사용 요금은 기본 요금이 된다.

즉, $y=3000\ (0 \leqq x \leqq 2)$

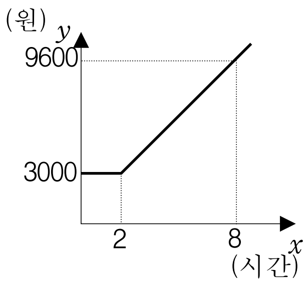
(ⅱ) $x>2$일 때, 사용 요금은 기본 요금과 가산 요금의 합이 된다.

그런데, 가산 요금은 1시간마다 1100원씩 올라가므로 가산 요금은 $1100\times(x-2)$원이 된다.

따라서, $y=3000+1100\times(x-2)=1100x+800$ $(x>2)$

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 x, y에 대한 식과 그래프는 다음과 같다.

$$y=\begin{cases}3000 & (0 \leqq x \leqq 2)\\ 1100x+800 & (x>2)\end{cases}$$



10. A(3, 3)

[해설] 두 직선 $y=x+3$, $y=-2x+12$의 교점 B(3, 6)이다.

또, 점 C의 좌표는 $y=x+3$의 y절편이므로 C(0, 3)이다

$\overline{BC} /\!/ \overline{AO}$, $\overline{BC}=\overline{AO}$ 이므로 점 B는 점 C를 x축으로 3만큼, y축으로 3만큼 이동시킨 것이다. 따라서, 점 A의 좌표는 점 O를 x축으로 3만큼, y축으로 3만큼 평행이동한 것이므로 A(3, 3)이다.

11. $\frac{5}{2}$

[해설] 점 B를 x축에 대칭이동한 점 B′의 좌표는 (4, −3)

두 점 A(0, 5), B′(4, −3)을 지나므로

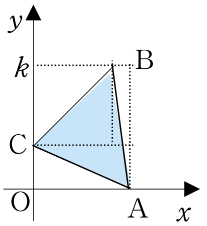
(기울기) $= \frac{-3-5}{4-0} = -2$

따라서, 직선 AB′을 나타내는 일차함수의 식은 $y=-2x+5$이고 여기에 $x=k$, $y=0$을 대입하면

$\therefore k=\frac{5}{2}$

12. 10

[해설]



(삼각형 ABC의 넓이)

$=7k-\frac{1}{2}\{7\times4+6(k-4)+1\times k\}=33$에서

$7k-\frac{1}{2}\{28+6k-24+k\}=33$, $7k-\left\{2+\frac{7}{2}k\right\}=33$, $\frac{7}{2}k=35$

$\therefore k=10$

13. 24

[해설] ㉡에 $y=2$를 대입하면 $x=-2$

$\therefore$ A(−2, 2)

㉠에 (−2, 2)를 대입하면 $-2+2a=-1$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

점 B는 ㉠과 ㉢의 교점이므로 ㉠에 $x=2$를 대입하면 $y=-6$ $\therefore$ B(2, −6)

점 C는 ㉡과 ㉢의 교점이므로 ㉡에 $x=2$를 대입하면 $y=6$ $\therefore$ C(2, 6)

14. 3

[해설] 삼각형 BOC의 넓이가 6이므로 점 B의 좌표는 (2, 2)이다.

점 B (2, 2)와 (6, 0)을 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}x+3$ $\therefore$ A(0, 3)

$\therefore$ (삼각형 AOB의 넓이) $=\frac{1}{2}\times3\times2=3$

15. 3

[해설] A, B, C, D의 좌표를 구하면 A $(k, 0)$, B $(k, 2k)$, C $(k, 2k+3)$, D (0, 3)이다. 삼각형 OAB의 넓이를 S_1, 사각형 OBCD의 넓이를 S_2라 하면,

$S_1=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{AB}=\frac{1}{2}\times k\times2k=k^2$

$S_2=\overline{OA}\times\overline{OD}=k\times3=3k$

그런데 $S_1=S_2$이므로 $k^2=3k$

$k>0$이므로 k로 양변을 나누면 $k=3$

16. $y=x-2$

[해설] 평행사변형의 대각선의 교점을 지나는 직선은 평행사변형 ABCD의 넓이를 이등분한다. 또, 평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 대각선의 교점은 두 대각선의 중심이다. 따라서, 두 대각선의 교점은 $\overline{AC}$의 중점인 $\left(\frac{2+6}{2}, \frac{4+0}{2}\right)=(4, 2)$ 이므로, 구하고자 하는 일차함수의 식은 두 점 (2, 0), (4, 2)를 지나는 직선이다.

$\therefore y=x-2$

17. $y = -4x + 16$

[해설] (삼각형 AOA′의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

(사다리꼴 AA′B′B의 넓이) $= \frac{1}{2} \times (4+3) \times 2 = 7$

(삼각형 BB′C의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

따라서, (사각형 AOCB의 넓이) $= 6 + 7 + 3 = 16$

점 A를 지나는 직선 l의 x절편을 k라 하면 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2} \times k \times 4 = 8 \quad \therefore k = 4$

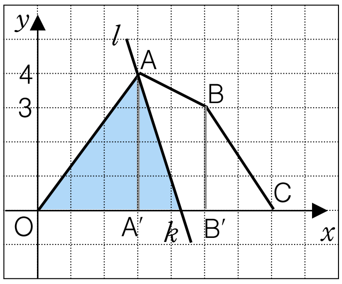
따라서, 두 점 $(3,\ 4)$, $(4,\ 0)$을 지나므로

(기울기) $= \frac{0-4}{4-3} = -4$

$y = -4x + b$에 $x = 3$, $y = 4$를 대입하면

$4 = -4 \times 3 + b \quad \therefore b = 16$

$\therefore$ 구하는 직선의 방정식은 $y = -4x + 16$



18. $y = -5x + 8$

[해설] 점 A는 두 직선 $y = 3x$, $y = -x + 4$의 교점이므로 $A(1,\ 3)$

점 P의 x좌표를 a라하면 $P\ (a,\ 3a)$, $Q\ (a,\ 0)$에서 선분 PQ의 길이는 $3a$이다.

$\therefore R(4a,\ 0)$, $S\ (4a,\ -4a+4)$

한편, 선분 PQ의 길이와 선분 RS의 길이가 같으므로

$3a = -4a + 4 \quad \therefore a = \frac{4}{7}$

따라서, $P\left(\frac{4}{7},\ \frac{12}{7}\right)$, $Q\left(\frac{4}{7},\ 0\right)$, $R\left(\frac{16}{7},\ 0\right)$, $S\left(\frac{16}{7},\ \frac{12}{7}\right)$

이 때, 점 A를 지나면서 사각형 PQRS를 이등분하는 직선은 점 A와 사각형 PQRS의 두 대각선의 교점을 지나는 것이다. 그러므로 먼저, 정사각형 PQRS의 두 대각선의 교점 H를 구하면, 선분 PR의 중점 $H\left(\frac{10}{7},\ \frac{6}{7}\right)$이다.

따라서, 두 점 $A\ (1,\ 3)$, $H\left(\frac{10}{7},\ \frac{6}{7}\right)$을 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y = -5x + 8$

19. A: $y = 5 + 3x$,B: $y = 25 - \frac{1}{2}x$

[해설] x분 후의 A, B물통의 물의 양은 각각

$(5 + 3x)$ L, $\left(25 - \frac{1}{2}x\right)$L 이므로

A: $y = 5 + 3x$, B: $y = 25 - \frac{1}{2}x$

20. 0

[해설] 두 직선 $2x - y = 3$, $x + 3y = -2$의 교점은 $(1,\ -1)$이고

이 교점이 직선 $ax + y = 1$ 위에 있으므로 $a - 1 = 1$

$\therefore a = 2$

$\therefore a^2 - 2a = 2^2 - 2 \times 2 = 4 - 4 = 0$

21. -2, -1, 6

[해설] (ⅰ) 직선 ㉠, ㉡, ㉢이 한 점에서 만날 때, 직선 ㉠, ㉡의 교점의 좌표는 $(1,\ 3)$이고 직선 ㉢도 $(1,\ 3)$을 지나므로 $a + 6 = 5 \quad \therefore a = -1$

(ⅱ) 직선 ㉠, ㉢이 평행할 때,

y에 대하여 풀면 ㉠ : $y = -3x + 6$,

㉢ : $y = -\frac{a}{2}x + \frac{5}{2}$이므로 $-3 = -\frac{a}{2}$

$\therefore a = 6$

(ⅲ) 직선 ㉡, ㉢이 평행할 때,

y에 대하여 풀면 ㉡ : $y = x + 2$, ㉢ : $y = -\frac{a}{2}x + \frac{5}{2}$이므로 $1 = -\frac{a}{2} \quad \therefore a = -2$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의해 $a = -2$, -1, 6

22. $-\frac{32}{15}$

[해설] (삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times 3\times b=5$ $\therefore b=\frac{10}{3}$

$\therefore y=-\frac{10}{9}x+\frac{10}{3}$

이 직선이 점 $(a, 2)$를 지나므로 $2=-\frac{10}{9}a+\frac{10}{3}$

$\therefore a=\frac{6}{5}$

$\therefore a-b=\frac{6}{5}-\frac{10}{3}=\frac{18}{15}-\frac{50}{15}=-\frac{32}{15}$

23. $b=4$, $c=-8$, x절편 : $\frac{8}{3}$

[해설] $3x+4y-24=0$을 y에 대하여 풀면 $4y=-3x+24$ $\therefore y=-\frac{3}{4}x+6$

$y=-\frac{3}{4}x+6$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동하면 $y=-\frac{3}{4}x+2$,

$y=-\frac{3}{4}x+2$를 일차방정식으로 나타내면 $4y=-3x+8$, $3x+4y-8=0$이므로 $b=4$, $c=-8$

또, $3x+4y-8=0$에 $y=0$을 대입하면 $x=\frac{8}{3}$

$\therefore$ x절편 : $\frac{8}{3}$

24. (1) $b=1$ (2) $a=-6$

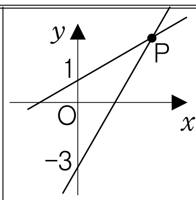
[해설] (1) x축에 평행인 직선 위의 점은 y좌표가 모두 같다. 즉, $b=3-2b$, $3b=3$ $\therefore b=1$

(2) x축에 수직인 직선은 y축에 평행인 직선이므로 이 직선 위의 점은 x좌표가 모두 같다. 즉, $a+2=-4$ $\therefore a=-6$

25. $y=5$

[해설] $y=ax+1$, $y=2ax-3$의 그래프 교점은 $\mathrm{P}\left(\frac{4}{a}, 5\right)$이다.

여기서, 점 P의 y좌표는 a의 값에 관계없이 항상 5이므로 점 P는 직선 $y=5$ 위를 움직인다.



26. 3 또는 35

[해설] $3x-2y+6=0$에 $y=-3$을 대입하면 $3x+6+6=0$ $\therefore x=-4$

일차방정식 $3x-2y+6=0$과 직선 $y=-3$과의 교점을 A라 하면 $\mathrm{A}(-4, -3)$

$\overline{\mathrm{AB}}=4$이므로 $\mathrm{B}(-4+4, -3)$ 또는 $\mathrm{B}(-4-4, -3)$이다.

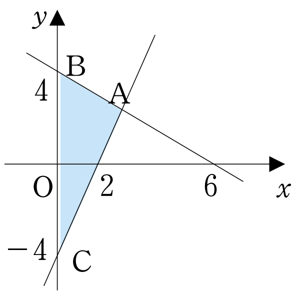
(i) $\mathrm{B}(0, -3)$일 때, $-3+k=0$ $\therefore k=3$

(ii) $\mathrm{B}(-8, -3)$일 때, $-32-3+k=0$ $\therefore k=35$

(i), (ii)에 의해 $k=3$ 또는 $k=35$이다.

27. $y=\frac{2}{3}x$

[해설]



$\begin{cases}2x+3y=12\\2x-y=4\end{cases}$ 의 그래프의 교점의 좌표는 $\mathrm{A}(3, 2)$이다.

$\triangle\mathrm{ABC}$를 이등분하는 직선은 점 A와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점인 원점을 지나므로 $y=\frac{2}{3}x$

28. $y=-\frac{6}{5}x+6$

[해설] A(0, 6), C(10, 0)이므로 (삼각형 AOC의 넓이) $=\frac{1}{2}\times6\times10=30$

점 B의 좌표를 $(k,\ 0)$이라 하면

(삼각형 ABC의 넓이) $=\frac{1}{2}\times6\times(10-k)=15$

$\therefore\ k=5$이므로 B(5, 0)이다.

$\therefore\ y=-\frac{6}{5}x+6$

29. $m<3$

[해설] y절편이 1이고, 기울기가 m인 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=mx+1$이다.

D(0, 1), E(1, m+1)이므로

(□ BCDE의 넓이) $=\frac{1}{2}\{4+5-(m+1)\}\times1=\frac{8-m}{2}$

(□ EDOA의 넓이) $=\frac{1}{2}\{1+(m+1)\}\times1=\frac{m+2}{2}$

따라서, $\frac{8-m}{2}>\frac{m+2}{2}$ $\quad\therefore\ m<3$

30. $y=-\frac{4}{3}x+\frac{32}{3}$

[해설] 점 A는 직선 l 위의 점이므로 $4x-5y=0$에 $y=4$를 대입하면 $x=5$, 즉 A(5, 4)

(삼각형 AOB의 넓이) = 16에서 $\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times4=16$

$\therefore\ \overline{OB}=8$, 즉 B(8, 0)

직선 m은 두 점 A(5, 4), B(8, 0)을 지나므로

(기울기) $=\frac{0-4}{8-5}=\frac{-4}{3}=-\frac{4}{3}$

$y=-\frac{4}{3}x+b$에 $x=8$, $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{4}{3}\times8+b$ $\quad\therefore\ b=\frac{32}{3}$

$\therefore\ m:\ y=-\frac{4}{3}x+\frac{32}{3}$

31. $y=-2x+4$

[해설] 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 하고 여기에

(2, 0)을 대입하면 $b=-2a$ $\quad\therefore y=ax-2a$

$x=0$일 때, $y=-2a$ $\quad y=0$일 때, $x=2$

$\therefore$(삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times(-2a)\times2=4$

이 식을 정리하면 $-2a=4$

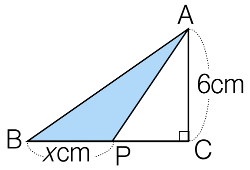
$\therefore a=-2$ $\quad\therefore y=-2x+4$

32. 풀이 참조

[해설] (ⅰ) 점 P가 $\overline{BC}$ 위에 있을 때

(삼각형 ABP의 넓이) $=\frac{1}{2}\times x\times6=3x$

$\therefore\ y=3x\ (0\leq x\leq 8)$

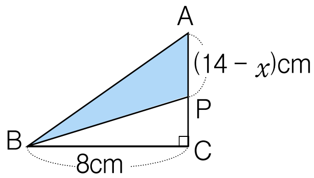


(ⅱ) 점 P가 $\overline{AC}$ 위에 있을 때

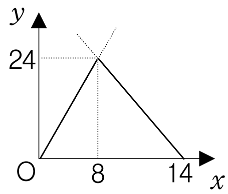
(삼각형 ABP의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times8\times(14-x)=-4x+56$

$\therefore\ y=-4x+56\ (8<x\leq 14)$

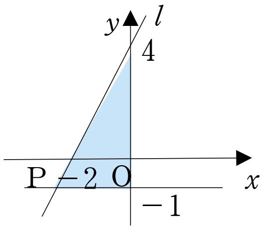


(ⅰ), (ⅱ)에 의해 $y=\begin{cases}3x\ (0\leq x\leq 8)\\-4x+56\ (8<x\leq 14)\end{cases}$



33. $\frac{25}{4}$

[해설]



직선 l:(기울기) $= \frac{10-2}{3-(-1)} = \frac{8}{4} = 2$

$y=2x+b$에 $(-1,\ 2)$를 대입하면

$2=2\times(-1)+b$ $\quad\therefore\ b=4$

$\therefore$직선 l: $y=2x+4$ 직선 m: $y=-1$

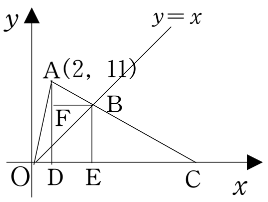
직선 l과 직선 m의 교점 P의 좌표를 구하기 위해

$y=-1$을 직선 l에 대입하면 $x=-\frac{5}{2}$, 즉P $\left(-\frac{5}{2},\ 1\right)$

$\therefore$(색칠한 부분 넓이) $= \frac{1}{2}\times5\times\frac{5}{2} = \frac{25}{4}$

34. $y=-\frac{1}{2}x+12$

[해설]



위의 그림과 같이 점 A, B에서 x축에 평행한 직선을 그으면 $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{AF}:\overline{FD}=\overline{AF}:\overline{BE}$

B의 좌표를 $(p,\ p)$라 하면 $\overline{AF}=11-p$, $\overline{BE}=p$

이므로 $(11-p):p=3:8$ $\quad\therefore\ p=8$ $\quad\therefore$B$(8,\ 8)$

따라서, 점 C는 직선 AB위의 점이므로

A$(2,\ 11)$, B$(8,\ 8)$을 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}x+12$

35. $-\frac{15}{2}$

[해설] $3x+2y-7=0$과 $6x+4y-11=0$,

$2x-6y-5=0$과 $x-3y-13=0$, $4x-y+3=0$과 $4x-y+c=0$에서 두 직선끼리 기울기가 서로 같으므로 각각 평행함을 알 수 있다.

$3x+2y-7=0$에서 $3(x-a)+2a(y-b)-7=0$

$\therefore\ 3x+2y-3a-2b-7=0$ ……㉠

$2x-6y-5=0$에서 $2(x-a)-6(y-b)-5=0$

$\therefore\ 2x-6y-2a+6b-5=0$ ……㉡

$4x-y+3=0$에서 $4(x-a)-6(y-b)+3=0$

$\therefore\ 4x-y-4a+b+3=0$ ……㉢

이 때, ㉠,㉡,㉢이 각각

$6x+4y-11=0$, $x-3y-13=0$,

$4x-y+c=0$과 같아야 하므로

$-3a-2b-7=-\frac{11}{2}$,

$-2a+6b-5=-13\times2$, $-4a+b+3=c$를 연립하여

풀면 $a=\frac{3}{2}$, $b=-3$, $c=-6$

$\therefore\ a+b+c=-\frac{15}{2}$

36. 해설참조

[해설] ① 점 P가 변 AB위에 있을 때

(삼각형 APD의 넓이) $= \frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{AP}$

$= \frac{1}{2}\times8\times x = 4x$

$\therefore\ y=4x(0\leq x\leq6)$

② 점 P가 변 BC위에 있을 때

(삼각형 APD의 넓이) $= \frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{AB}$

$= \frac{1}{2}\times8\times6 = 24$

$\therefore\ y=24\,(6<x\leq14)$

③ 점 P가 변 CD위에 있을 때

(삼각형 APD의 넓이) $= \frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{DP}$

$= \frac{1}{2}\times8\times(20-x) = 80-4x$

$\therefore\ y=80-4x(14<x\leq20)$

$$\therefore\ y=\begin{cases}4x & (0\leq x\leq6)\\ 24 & (6<x\leq14)\\ 80-4x & (14<x\leq20)\end{cases}$$