

제 1 과 방정식과 부등식

시험에서는 이런 부분을 준비하자

- 분수방정식과 고차방정식의 연립방정식, 10단계와 융합된 계산문제, 고차부등식과 분수부등식의 연립부등식 등 다른 내용과 융합된 계산문제를 중심으로 공부를 해야 한다.
- 방정식과 부등식의 풀이법을 이해하고 있는가를 중심으로 공부 한다.
- 추론 문제의 경우 증명과 같은 괄호를 채우는 문제를 중심으로 연습하는 것이 좋다
- 분수방정식, 무리방정식, 고차부등식, 분수부등식의 각 주제별로 외적 문제를 구분지어 연습해 두어야 한다.

분수방정식의 풀이

- [I] 분수방정식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 정방식으로 고친 후 정방정식의 근을 구한다.
[II]정방정식의 근 중에서 (분모)=0인 무연근을 제외함

분수방정식의 특수꼴의 풀이 방법

- (1) 결합형은 적당한 항끼리 묶어서 통분한 후 푼다.
(2) 분리형은 (분자의 차수)≥(분모의 차수)일 때, 분자를 분모로 나눈 후 푼다.
(3) 치환형은 공통부분이 존재할 때, 공통부분을 치환하여 푼다.

무리방정식의 풀이

- (1) $\sqrt{\quad}$ 가 1개인 경우는 무리방정식의 항 이항하여 $\sqrt{\quad}$ 가 있는 항과 없는 항으로 만든 후 양변을 제곱하여 정방정식으로 고친다.
(2) $\sqrt{\quad}$ 가 2개인 경우는 $\sqrt{\quad}$ 한 개를 이항한 후 양변을 제곱한 후, 다시 이항하여 $\sqrt{\quad}$ 가 있는 항과 없는 항으로 만든 후 양변을 제곱하여 정방정식으로 고친다.
(3) (1)에서 얻은 정방정식의 근을 구한다.
(4) 정방정식의 근 들 대입하여 무연근을 제외한다.

고차부등식의 풀이

- [I]최고차항의 계수가 양이 되도록 $f(x) > 0$,
 $f(x) \geq 0$, $f(x) < 0$, $f(x) \leq 0$ 와 같은 꼴로 정리
[II] $f(x)$ 를 인수분해하여 $f(x)=0$ 의 근을 구한다.
[III]방정식 $f(x)=0$ 의 근을 경계로 하여 구간을 나눈다음,
 $f(x)$ 의 부호를 조사하여 부등식의 해를 구한다. 이 때,
 $y=f(x)$ 의 그래프나 표를 이용한다.

제곱인수 또는 항상 양인 인수를 갖는 고차부등식

- (1) $f(x)$ 가 항상 양일 때, $f(x)g(x) > 0 \Leftrightarrow g(x) > 0$
(2) $(x-\alpha)^2 f(x) > 0 \Leftrightarrow x \neq \alpha$ 이고 $f(x) > 0$
(3) $(x-\alpha)^2 f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x = \alpha$ 또는 $f(x) \geq 0$
(4) $(x-\alpha)^2 f(x) < 0 \Leftrightarrow x \neq \alpha$ 이고 $f(x) < 0$
(5) $(x-\alpha)^2 f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x = \alpha$ 또는 $f(x) \leq 0$

고차부등식의 풀이

- [I]최고차항의 계수가 양이 되도록 $f(x) > 0$, $f(x) \geq 0$
 $f(x) < 0$, $f(x) \leq 0$ 와 같은 꼴로 정리
[II] $f(x)$ 를 인수분해하여 $f(x)=0$ 의 근을 구한다.
[III]방정식 $f(x)=0$ 의 근을 경계로 하여 구간을 나눈다음,
 $f(x)$ 의 부호를 조사하여 부등식의 해를 구한다. 이 때,
 $y=f(x)$ 의 그래프나 표를 이용한다.

분수부등식의 풀이

- [I] $\frac{g(x)}{f(x)} > 0 \Leftrightarrow f(x)g(x) > 0$
[II] $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 0 \Leftrightarrow f(x)g(x) \geq 0, f(x) \neq 0$
[III] $\frac{g(x)}{f(x)} < 0 \Leftrightarrow f(x)g(x) < 0$
[IV] $\frac{g(x)}{f(x)} \leq 0 \Leftrightarrow f(x)g(x) \leq 0, f(x) \neq 0$

제 2 과 삼각함수

시험에서는 이런 부분을 준비하자

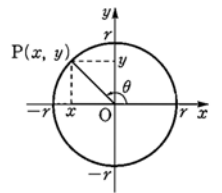
- 교과서의 기본 공식을 암기하고, 이를 적용할 수 있는 간단한 문제를 풀 수 있어야 한다.
- 삼각방정식의 일반해를 구할 수 있어야 한다.
- 삼각함수의 합성을 이해하고 이를 활용하여 최대값과 최소값을 구하는 문제를 풀 수 있어야 한다.
- 도형의 기본 성질을 알아야 한다. 또한, 도형에 삼각함수의 공식을 적용할 수 있도록 다양한 문제를 풀어 보아야 한다.

삼각함수의 정의

점 $P(x, y)$ 에 대하여 x 축의 양의 방향을 시초선으로, $\overrightarrow{OP}$ 를 동경으로 하는 일반각의 크기를 θ 라고 할 때

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{r}{y} (y \neq 0), \quad \sec \theta = \frac{r}{x} (x \neq 0),$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} (y \neq 0)$$



삼각함수 사이의 관계

$$(1) 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \quad (2) 1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

삼각함수의 덧셈 정리 (복호동순)

$$[I] \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$[II] \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$[III] \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

배각의 공식

$$[I] \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$[II] \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$[III] \tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

반각의 공식

$$[I] \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$[II] \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$[III] \tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

삼배각의 공식

$$[I] \sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$[II] \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$[III] \tan 3\alpha = \frac{3\tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha}$$

삼각함수의 합성

$$[I] \quad a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$$

$$\left(\text{단, } \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

$$[II] \quad a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta - \beta)$$

$$\left(\text{단, } \cos \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

삼각함수의 치환

$$\tan \frac{\alpha}{2} = t \text{ 일 때,}$$

$$[I] \quad \sin \alpha = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$[II] \quad \cos \alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$[III] \quad \tan \alpha = \frac{2t}{1-t^2}$$

곱을 합(또는 차)으로 변형하는 공식

$$[I] \quad \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$[II] \quad \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$[III] \quad \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

$$[IV] \quad \sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \}$$

합(또는 차)을 곱으로 변형하는 공식

$$[I] \quad \sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$[II] \quad \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$[III] \quad \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$[IV] \quad \cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

삼각방정식의 일반해 (n 은 정수)

$$[I] \quad \sin \theta = a \text{의 한 해가 } \alpha \text{ 일 때}$$

$$\theta = n\pi + (-1)^n \alpha \quad (-1 \leq a \leq 1)$$

$$[II] \quad \cos \theta = a \text{의 한 해가 } \alpha \text{ 일 때}$$

$$\theta = 2n\pi \pm \alpha \quad (-1 \leq a \leq 1)$$

$$[III] \quad \tan \theta = a \text{의 한 해가 } \alpha \text{ 일 때}$$

$$\theta = n\pi + \alpha$$

제 3 과 함수의 극한

시험에서는 이런 부분을 준비하자

- 기본적인 함수의 극한값을 구하는 문제들을 풀 수 있어야 한다.
- 함수의 극한과 연속성의 성질을 이용하여 미지수를 구할 수 있어야 한다.
- 합성함수의 성질을 이용하여 함수의 연속성을 판단하는 문제를 풀 수 있어야 한다.
- 다항함수의 미분법과 함수의 극한의 성질이 융합된 문제가 출제될 수 있으므로 함수의 극한과 연속성에 대한 의미와 원리를 정확하게 알고

있어야 한다.

- 극한값의 계산, 미정계수의 결정과 관련지어 출제될 것이므로 많은 계산 연습이 필요하다.
- 추론 문제의 형태는 극한값의 계산에 관련지어 규칙을 찾는 형태가 출제될 가능성이 많으므로 다양한 문제를 다룰 필요가 있다.
- 도형에 활용된 내적 문제가 출제될 가능성이 가장 높고 학생들이 어려워하므로 이에 관련된 문제를 많이 풀어 보아야 한다.
- 극한값의 주요 융합으로는 수학II의 다항함수의 극한과 삼각함수, 지수·로그함수의 융합, 도형과 관련지어 삼각함수의 내용을 포함한 삼각함수의 극한과 관련된 문제를 풀어 보아야 한다.

함수의 극한값

좌극한과 우극한이 같을 때 함수의 극한값이 존재한다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = a$$

함수의 극한에 관한 기본 성질

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta \text{ 일 때 (단, } a, \beta \text{는 상수)}$$

$$[I] \quad \lim_{x \rightarrow a} k f(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x) = k a \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

$$[II] \quad \lim_{x \rightarrow a} \{ f(x) \pm g(x) \} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = a \pm \beta$$

$$[III] \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = a \cdot \beta$$

$$[IV] \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{a}{\beta} \quad (\text{단, } g(x) \neq 0, \beta \neq 0)$$

극한값의 계산

$$[I] \quad \frac{0}{0} \text{ 꼴}$$

분수식이면 분모, 분자를 분모의 최고차항으로 나눈다.
무리식이면 분모, 분자 중 $\sqrt{\quad}$ 가 있는 쪽을 유리화

$$[II] \quad \frac{\infty}{\infty} \text{ 꼴}$$

분수식이면 분모의 최고차항으로 분모, 분자를 나눈다
무리식이면 $\sqrt{\quad}$ 밖의 최고차항으로 분모, 분자를 나눈다

$$[III] \quad 0 \cdot \infty, \infty - \infty \text{ 꼴의 극한값}$$

통분 또는 분자, 분모의 유리화 등의 방법에 의하여 $\frac{0}{0}$,

$\frac{\infty}{\infty}, \frac{k}{\infty}$ 등의 꼴로 변형한다. (단, k 는 상수)

$$[IV] \quad a^\infty \text{ 꼴 : 밑이 큰 것으로 분자, 분모를 나눈다.}$$

삼각함수의 극한값

$$[I] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$[II] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

무리수 e 의 정의

$$[I] \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e \quad [II] \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

밑을 e 로 하는 지수함수와 로그함수의 극한

$$[I] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad [II] \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$$

밑이 e 가 아닌 지수함수와 로그함수의 극한

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad (2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h} = \ln a \quad (\text{단, } a \neq e)$$

미정계수의 결정

[I] $\frac{0}{0}$ 꼴

① $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (단, α 는 유한확정값) 일때

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

② $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (단, $\alpha \neq 0$ 인 유한확정값) 일때

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

[II] $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ 이면

$f(x), g(x)$ 의 차수는 같고,

$\alpha = \frac{f(x) \text{ 최고차항의 계수}}{g(x) \text{ 최고차항의 계수}}$ (단, $\alpha \neq 0$ 인 유한확정값)

함수의 연속

① $x = a$ 에서 함수값 $f(a)$ 가 존재한다.

② $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.

③ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

일 때, 함수 $y = f(x)$ 는 $x = a$ 에서 연속이라 한다.

연속함수의 성질

두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $x = a$ 에서 모두 연속이면, 다음 함수도 $x = a$ 에서 연속이다.

(1) $f(x) \pm g(x)$ (2) $cf(x)$ (단 c 는 상수)

(3) $f(x) \cdot g(x)$ (4) $\frac{f(x)}{g(x)}$ (단, $g(a) \neq 0$)

(5) $g(f(x))$ (단, $f(x)$ 의 치역이 $g(x)$ 의 정의역에 포함)

최대·최소의 정리

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이면, $f(x)$ 는 이 구간에서 반드시 최대값과 최소값을 갖는다.

중간값의 정리

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$ 이면, $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k 에 대하여 다음을 만족시키는 c 가 a 와 b 사이에 적어도 하나 존재한다

$$f(c) = k$$

제 4 과 미분법

- 시험에서는 이런 부분을 준비하자
- 기본적인 미분법의 원리를 이용하는 형태의 문제가 출제될 것이므로 기본적인 계산법을 확실히 챙겨두어야 한다.
 - 다항함수의 미분법에 대한 이해를 바탕으로 하는 문제가 출제 된다.
 - 기출문제를 중심으로 다항함수의 미분법을 응용한 다양한 추론 문제를 풀어 보아야 한다.
 - 다항함수의 미분법을 이용하여 다항함수의 그래프를 그릴 수 있어야 한다. 또한, 실생활과 연관된 최대, 최소 문제를 구할 수 있어야 한다.
 - 미분은 그래프의 개형을 그릴 수 있는 아주 중요한 내용으로 다양한 함수와 미분법을 기본으로 가장 많이 다루어야 한다.
 - 수학 내적 관련 문제는 도형에 활용하는 형태로 문제가 출제 될 것이다. 또, 사회 현상에서 그래프의 개형이 중요한 역할을 하는 경우가 많다. 특히, 경제학과 관련지어 출제될 가능성이 많으므로 다양한 형태를 다루어 보는 것이 좋다.

평균변화율

[I] 함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 b 까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

(단, $\Delta x = b - a$)

[II] 기하학적 의미 : 함수 $y = f(x)$ 위의 두 점 $P(a, f(a)), Q(b, f(b))$ 를 이은 직선의 기울기

미분계수

[I] $y = f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분계수는

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

[II] 기하학적 의미 : 함수 $y = f(x)$ 위의 점 $P(a, f(a))$ 에서의 접선의 기울기

도함수의 정의

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

연속과 미분가능성

(1) 함수 $y = f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분계수 $f'(a)$ 가 존재할 때, 함수 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 미분가능하다.

(2) 함수 $y = f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하다면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 연속이다. 그러나, 역은 성립하지 않는다.

$f(x) = x^n$ 의 도함수

n 이 실수일 때 $\frac{d}{dx} x^n = n x^{n-1}$

곱의 도함수

$y = f(x)g(x)$ 이면 $y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

몫의 도함수

[I] $\frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

[II] $\frac{d}{dx} \frac{1}{g(x)} = -\frac{g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

함수 $y = \sqrt{f(x)}$ 의 도함수

(1) $\frac{d}{dx} \sqrt{f(x)} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$ (2) $\frac{d}{dx} \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

합성함수의 도함수

두 함수 $y = f(u), u = g(x)$ 가 미분가능할 때,

합성함수 $y = f(g(x))$ 의 도함수는 $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

즉 $y' = f'(g(x))g'(x)$

매개함수의 도함수

$x = f(t), y = g(t)$ 가 미분가능하고, $\frac{dx}{dt} \neq 0$ 이면

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} / \frac{dx}{dt} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

음함수의 미분법

x 의 함수 y 가 음함수 $f(x, y) = 0$ 의 꼴로 주어질 때, 각 항의 y 는 x 의 함수로 보고 양변을 x 로 미분하여 $\frac{dy}{dx}$ 로 구한다.

역함수의 도함수

$y = f(x)$ 의 역함수 $x = f(y)$ 가 미분가능할 때,

$$(1) \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} \quad \text{또는} \quad f'(x) = \frac{1}{g'(y)} \quad \left(\text{단, } \frac{dx}{dy} \neq 0 \right)$$

$$(2) f(a) = b \text{ 일 때, } g'(b) = \frac{1}{f'(a)} \quad \left(\text{단, } f'(a) \neq 0 \right)$$

삼각함수의 도함수 (1)

$$[I] \quad y = \sin x \text{ 이면 } y' = \cos x$$

$$[II] \quad y = \cos x \text{ 이면 } y' = -\sin x$$

$$[III] \quad y = \tan x \text{ 이면 } y' = \sec^2 x$$

삼각함수의 도함수 (2)

$$[I] \quad y = \sec x \text{ 이면 } y' = \sec x \tan x$$

$$[II] \quad y = \operatorname{cosec} x \text{ 이면 } y' = -\operatorname{cosec} x \cot x$$

$$[III] \quad y = \cot x \text{ 이면 } y' = -\operatorname{cosec}^2 x$$

지수함수의 도함수

$$[I] \quad y = e^x \text{ 일 때 } y' = e^x$$

$$[II] \quad y = a^x \text{ 일 때 } y' = a^x \ln a \quad (\text{단, } a \neq 1, a > 0)$$

$$[III] \quad \frac{d}{dx} e^{f(x)} = f'(x) e^{f(x)}$$

$$[IV] \quad \frac{d}{dx} a^{f(x)} = f'(x) a^{f(x)} \ln a \quad (\text{단, } a \neq 1, a > 0)$$

로그함수의 도함수

$$[I] \quad y = \ln x \text{ 이면 } y' = \frac{1}{x}$$

$$[II] \quad y = \log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln a} \quad (\text{단, } a \neq 1, a > 0)$$

$$[III] \quad \frac{d}{dx} \ln|f(x)| = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$[IV] \quad \frac{d}{dx} \log_a|f(x)| = \frac{f'(x)}{f(x) \ln a}$$

접선의 방정식(1)

함수 $y = f(x)$ 위의 점 $(x_1, f(x_1))$ 에서의 접선의 방정식은

$$① \quad \text{접선의 기울기는 } f'(x_1) = \tan \theta$$

(단, θ 는 접선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각)

$$② \quad \text{접선의 방정식은 } y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1)$$

$$③ \quad \text{법선의 방정식은 } y - f(x_1) = -\frac{1}{f'(x_1)}(x - x_1)$$

함수 $y = f(x)$ 에 접하는 기울기가 m 인 접선의 방정식은

$$① \quad f'(x) = m \text{ 을 만족하는 } x = \alpha \text{ 를 구한다.}$$

$$② \quad \text{곡선 위의 점 } (\alpha, f(\alpha)) \text{ 를 구한다.}$$

$$③ \quad \text{접선의 방정식 } y - f(\alpha) = m(x - \alpha) \text{ 를 구한다.}$$

로피탈(L'Hopital)의 정리

함수 $f(x), g(x)$ 가 a 를 포함하는 구간에서 미분가능하고,
 $f(a) = 0 (\pm \infty), g(a) = 0 (\pm \infty), g'(a) \neq 0$ 이며, $x \rightarrow a$ 일 때
 $\frac{g'(a)}{f'(a)}$ 의 극한값이 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ 인 관계가 성립된다.

로울(Roll)의 정리

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고, 개구간 (a, b) 에서 미분가능할 때, $f(a) = f(b)$ 이면

$$f'(c) = 0 \quad (a < c < b)$$

인 점 c 가 a 와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.

평균값의 정리(Mean Value Theorem)

함수 $f(x)$ 가 $[a, b]$ 에서 연속이고, (a, b) 에서 미분가능하면,
 $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$ 를 만족시키는 c 가 (a, b) 안에 적어도 하나 존재한다.

함수의 증가 감소

함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간의 모든 x 에 대하여,
 $f'(x) > 0$ 이면 그 구간에서 $f(x)$ 는 증가하고
 $f'(x) < 0$ 이면 그 구간에서 $f(x)$ 는 감소한다.

극값에서의 미분계수

미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극값을 가지면
 $f'(a) = 0$ 이다.

극대·극소 판정

$f'(a) = 0$ 이고 $x = a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가

[I] 양(+)에서 음(-)로 바뀌면, $f(a)$ 는 극댓값이다.

[II] 음(-)에서 양(+)로 바뀌면, $f(a)$ 는 극솟값이다.

삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

(1) 극값을 갖는다

$$\Leftrightarrow f'(x) = 0 \text{이 서로 다른 두 실근을 갖는다. } (D > 0)$$

(2) 극값을 갖지 않는다

$$\Leftrightarrow f'(x) = 0 \text{이 중근 또는 두 허근을 갖는다. } (D \leq 0)$$

$$\Leftrightarrow f(x) \text{가 증가함수 또는 감소함수 (일대일 대응)}$$

$f''(x)$ 에 의한 극대·극소 판정

함수 $y = f(x)$ 가 미분가능하고, $f'(a) = 0$ 일 때

[I] $f''(a) > 0$ 이면 $y = f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극소

[II] $f''(a) < 0$ 이면 $y = f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극대

곡선의 오목·볼록의 판정

곡선 $y = f(x)$ 가 어떤 구간에서 항상

(1) $f''(x) > 0$ 이면 곡선 $y = f(x)$ 는 그 구간에서 아래로 볼록하다.

(2) $f''(x) < 0$ 이면 곡선 $y = f(x)$ 는 그 구간에서 위로 볼록하다.

변곡점

곡선 $y = f(x)$ 에서 $f''(a) = 0$ 이고 $x = a$ 의 앞과 뒤에서 $f''(x)$ 의 부호가 변하면 점 $(a, f(a))$ 는 변곡점이다.

함수의 최댓값·최솟값 구하기

폐구간 $[a, b]$ 에서 함수 $y=f(x)$ 가 연속일 때

- [I] $y=f(x)$ 의 극값을 구한다.
- [II] $f(a), f(b)$ 의 값을 구한다.
- [III] 극대값, 극소값, $f(a), f(b)$ 중에서 가장 큰 값이 최대값, 가장 작은 값이 최솟값이다.

주의 : 구간이 폐구간이 아닌 경우에는 최댓값과 최솟값이 존재하지 않을 수도 있다.

곡선의 개형을 그리는 방법

- (1)곡선이 존재하는 범위를 구한다.
- (2)곡선의 대칭성 및 함수의 주기를 조사한다.
- (3)좌표축과의 교점을 구한다.
- (4)도함수를 구하여 함수의 증가감소와 극대·극소 등을 조사한다.
- (5)이계도함수를 구하여 곡선의 오목·볼록과 변곡점을 조사한다.
- (6) 그래프의 점근선을 조사한다.

방정식의 실근

- [I] 방정식 $f(x)=0$ 의 실근
 $\Leftrightarrow$ 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표
- [II] 방정식 $f(x)=g(x)$ 의 실근
 $\Leftrightarrow$ 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 그래프와의 교점의 x 좌표

넓이, 부피, 각의 크기의 순간 변화율

시각 t 에서의 넓이, 부피, 각의 크기가 각각 S, V, θ 일 때, 시각 t 에서의

- [I] 넓이의 순간변화율은 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$
- [II] 부피의 순간변화율은 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt}$
- [III] 각의 크기의 순간변화율은 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

(S, V, θ 를 시각 t 의 함수로 나타낼 수 있어야 한다.)

속도·속력·가속도

좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ 가 시각 t 에 대한 함수 $x=f(t), y=g(t)$ 로 나타내어질 때,

- [I] 속 도 $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right) = (f'(t), g'(t))$
- [II] 속 력
 $|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} = \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2}$
- [III] 가속도 $\vec{\alpha} = \left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2} \right) = (f''(t), g''(t))$
- [IV] 가속도의 크기 $|\vec{\alpha}| = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2} \right)^2}$

물체의 운동

- [I] 수직으로 던져 올린 물체의 운동
 - ① 최고점에 도달할 때의 속도 $v=0$
 - ② 땅에 떨어질 때의 높이 $h=0$
- [II] 직선 위를 움직이는 물체의 운동
 - ① 운동 방향이 바뀔 때의 속도 $v=0$
 - ② $v>0$ 이면 양의 방향으로 운동
 $v<0$ 이면 음의 방향으로 운동